3°A **21/04/2011**

DS2 Sujet 2

Théorème de Thalès

Le soin apporté à la justification des réponses et la qualité de la rédaction constituent l'un des objectifs majeurs des programmes de mathématiques et entreront pour une part importante dans la notation.

Points du cahier : (2points)

Exercice 1 : (3 points) *Brevet Polynésie septembre 2010*

Avec un projecteur de cinéma, une image sur un film est projetée sur un écran. Sur le film, une image rectangulaire de 70 mm de long et 52,5 mm de large peut être agrandie sur un écran jusqu'à 588 m^2.

1. On appelle format de l'image le rapport :$\frac{\text{longueur de l'image}}{\text{largeur de l'image}}$. Montrer que l'image sur le film est au format $\frac{4}{3}$. Justifier.

2. Calculer en mm^2 l'aire de l'image sur le film. Convertir en m^2.

3. Pour obtenir un image de 588 m^2 sur l'écran, la longueur et la largeur de l'image sur le film ont été multipliées par un coefficient *k*. Le format $\frac{4}{3}$ de l'image est conservé. Quelles sont les dimensions sur l'écran ? Justifier votre démarche.

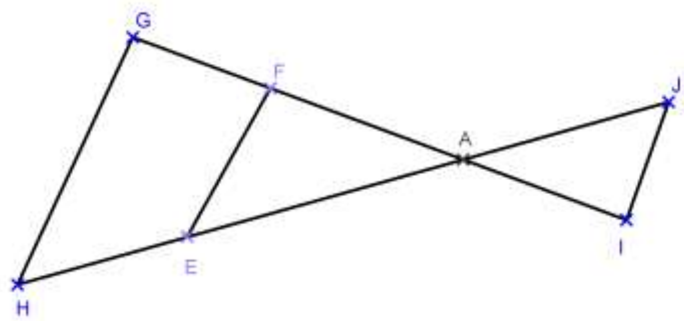
L'évaluation de cet exercice tiendra compte des observations et étapes de recherche même incomplètes.

Exercice 2 : (4 points) *La figure n'est pas en vraie grandeur, et n'est pas à reproduire.*

Les droites (IG) et (JH) se coupent en un point A.
On a $E \in (JH)$ et $F \in (IG)$. Les droites (EF) et (HG) sont parallèles. De plus AE = 3, AF = 4, AH = 7 et EF = 6.

1. Calculer AG et HG. Justifier.

2. On a AI = 6 et AJ = 4,4. Les droites (EF) et (IJ) sont-elles parallèles ? Justifier.



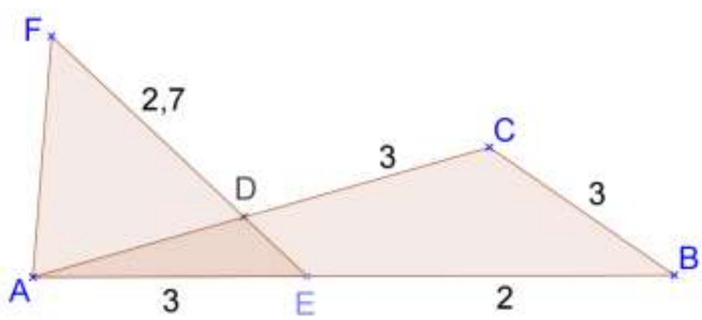
Exercice 3 : (4 points) *La figure n'est pas en vraie grandeur, et n'est pas à reproduire.*

ABC est un triangle tel que BC = 3.
E un point de [AB] et D un point de [AC] tels que CD = 3, AE = 3, EB = 2.
Les droites (DE) et (CB) sont parallèles.

1. Calculer *AD.*

2. Calculer *ED***.**

3. Soit *F* un point de [*ED*), n'appartenant pas à [*ED*] tel que *DF* = 2,7.
Les droites (*EC*) et (*AF*) sont-elles parallèles ?



Exercice 4 : (7 points)
ABC est un triangle tel que *AB* = 6, *CB* = 7,5 et *AC* = 4,5. *M* est un point de [*BC*], *P* est un point de [*AB*] et *Q* est un point de [*AC*] tels que *APMQ* soit un parallélogramme. On nomme *x* la longueur du segment [*PB*].

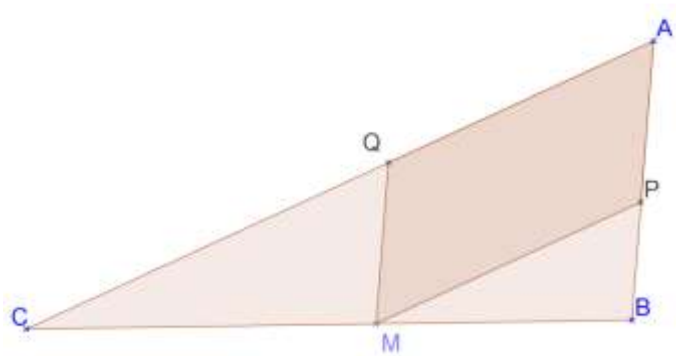
1. a) Quelle est la nature du triangle *ABC ?* Justifier.

b) En déduire la nature du quadrilatère *APMQ*.

2. a) Exprimer *PM* en fonction de *x*.

b) Exprimer alors en fonction de *x* le périmètre de *APMQ*.

c) Peut-on trouver *x* pour que le périmètre de *APMQ* soit égal à 10,5 cm ? Si oui, donner cette valeur et préciser la position du point *P* correspondante.



$3^{ème}$ -CORRIGE – DS2 – THALES- Sujet 2

Exercice 1 :

1. On a $\frac{\text{longueur de l'image}}{\text{largeur de l'image}} = \frac{70}{52{,}5} = \frac{700}{525} = \frac{4}{3}$. Donc l'image sur le film est bien au format $\frac{4}{3}$

2. L'aire de l'image sur le film est $70 \times 52{,}5 = 3675\ mm^2 = 36{,}75\ cm^2 = 0{,}003675\ m^2$.

3. La longueur et la largeur de l'image sur le film sont été multipliées par un coefficient k, donc l'aire de l'image sera multipliée par k^2. Or l'image mesurait $0{,}003675\ m^2$ et mesure à présent $588\ m^2$.

L'aire a donc été multipliée par : $\frac{588}{0{,}003675} = 160\ 000$. Le coefficient k vaut donc $\sqrt{160000} = 400$. Les dimensions de l'image sur l'écran sont donc $L = 70 \times 400 = 28\ 000\ mm = 28\ m$ et $l = 52{,}5 \times 400 = 21000\ mm = 21\ m$.

Exercice 2 :

1°) Les triangles AFE et AGH sont en configuration de Thalès, avec les droites (JH) et (IG) parallèles. D'après le théorème de Thalès on a : $\frac{AF}{AG} = \frac{AE}{AH} = \frac{FE}{HG}$ soit $\frac{4}{AG} = \frac{3}{7} = \frac{6}{HG}$.

- En particulier $\frac{4}{AG} = \frac{3}{7}$. D'où $AG = \frac{28}{3}$
- De même $\frac{3}{7} = \frac{6}{HG}$. D'où $HG = \frac{42}{3} = 14$.

2°) On a d'une part $\frac{AE}{AJ} = \frac{3}{4{,}4} = \frac{30}{44} = \frac{15}{22}$ et d'autre part $\frac{AF}{AI} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. D'après le théorème de Thalès, les droites (EF) et (IJ) ne sont pas parallèles, sinon ces deux rapports seraient égaux.

Exercice 3 :

1°) On pose AD = x.

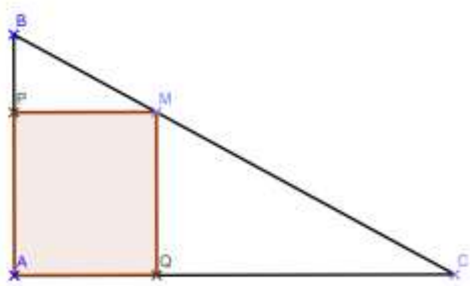
Les triangles ADE et ACB sont en configuration de Thalès, avec les droites (ED) et (BC) parallèles. D'après le théorème de Thalès on a : $\frac{AD}{AC} = \frac{AE}{AB} = \frac{DE}{CB}$ soit $\frac{x}{x+3} = \frac{3}{5} = \frac{ED}{3}$.

En particulier $\frac{x}{x+3} = \frac{3}{5}$. D'où $5x = 3x + 9$ et $2x = 9$. D'où $AD = x = 4{,}5$.

2°) D'après 1°) on a $\frac{3}{5} = \frac{ED}{3}$ donc $ED = \frac{9}{5}$.

3°) On a d'une part $\frac{DF}{DE} = \frac{2{,}7}{1{,}8} = \frac{3}{2}$ et d'autre part $\frac{DA}{DC} = \frac{4{,}5}{3} = \frac{3}{2}$. De plus les points F, D et E d'une part et A, D, C d'autre part sont alignés dans le même ordre donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AF) et (EC) sont parallèles.

Exercice 4 :



2°) a) Dans ABC on a d'une part $BC^2 = 7{,}5^2 = 56{,}25$ et d'autre part $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 4{,}5^2 = 56{,}25$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, ABC est donc rectangle en A.

b) Le parallélogramme APMQ possédant un angle droit est donc un rectangle.

3°) a) On a dans le triangle ABC, M sur [BC], P sur [AB] et (PM) parallèle à (AC). D'après le théorème de Thalès on a :

$\frac{BP}{BA} = \frac{BM}{BC} = \frac{PM}{AC}$ soit $\frac{x}{6} = \frac{PM}{4{,}5} = \frac{BM}{BC}$.

En particulier $\frac{x}{6} = \frac{PM}{4{,}5}$. D'où PM $= \frac{4{,}5}{6}x = \frac{3}{4}x$.

b) $P_{APMQ} = 2AP + 2AQ = 2(6-x) + 2 \times \frac{3}{4}x = 12 - 2x + \frac{3}{2}x = 12 - \frac{x}{2}$

c) On aura $P_{APMQ} = 10{,}5$ si $12 - \frac{x}{2} = 10{,}5$ c'est à dire pour $x = 3$. Le point P est alors le milieu du segment [AB].