3ème

Avril 2010

Calcul littéral – Identités remarquables

I- Application de la distributivité :

a- Règles :

Distributivité simple : k, a, b des nombres relatifs

$$k(a+b) = ka + kb$$

- **Développer** c'est transformer un produit en somme
- **Factoriser** c'est transformer une somme en produit

Distributivité double : a, b, c, d des nombres relatifs

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

Exemples :

- Développer : $-3x(x-4) =$ ....

  $(2x-3)(4-7x) =$ ....
- Factoriser :

  $6x + 12x^2 =$ ....

  $9 + 18y =$ ....

  $-5ab - 15b =$ ....

b- Réduction d'une expression :

Réduire une expression, c'est l'écrire avec le moins de termes possibles.

Exemples : Réduire :

$3x + 4x - 12x + x =$ ....

$4a^2 + 3a + a^2 - 6a + 4 =$ ....

c- Factorisation lorsque le facteur commun est une expression littérale :

Exemples :

$(x+1)(x-3) + (x+1)(6-4x) =$ ....

$(4x+8)(x-2) - 3(x-2)(5x+3) =$ ....

$(7x+21)(9x-7) - (x+3)(12+5x) =$ ....

$(3x-2)(-7x+5) - (3x-2)^2 =$ ....

$(x-4)(6x+7) - (x+1)(4-x) =$ ....

II- Identités remarquables : développement :

a, b deux nombres relatifs.

- Carré d'une somme : $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- Carré d'une différence : $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- Produit de la somme par la différence : $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

$\rightarrow 2ab$ s'appelle le <u>double produit.</u>

Exemples :

- **Développer** $A=(x+3)^2$

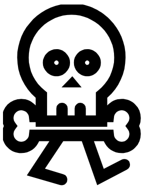
Etape 1	$A=(x+3)^2$	On reconnaît la forme $(a+b)^2$
Etape 2	$A=x^2+2\times x\times 3+3^2$	On applique $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ avec $a = x$ et $b = 3$
Etape 3	$A=x^2+6x+9$	On effectue les calculs.

- **Développer** $B=(4x-6)^2$

Etape 1	$B=(4x-6)^2$	On reconnaît la forme $(a-b)^2$
Etape 2	$B=(4x)^2-2\times 4x\times 6+6^2$	On applique $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ avec $a = 4x$ et $b = 6$
Etape 3	$B=16x^2-48x+36$	On effectue les calculs.

- **Développer** $C=(6x+7)(6x-7)$

Etape 1	$C=(6x+7)(6x-7)$	On reconnaît la forme $(a+b)(a-b)$
Etape 2	$C=(6x)^2-7^2$	On applique $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ avec $a = 6x$ et $b = 7$
Etape 3	$C=36x^2-49$	On effectue les calculs.



<u>Le carré d'une somme n'est pas égal à la somme des carrés.</u>

$$(a+b)^2 \neq a^2+b^2$$

<u>Le carré d'une différence n'est pas égal à la différence des carrés.</u>

$$(a-b)^2 \neq a^2-b^2$$

Contre exemple : $(10-6)^2 = 4^2 = 16$ mais $10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64$

Bien sûr, dans bien des cas, on ne se sert pas des Identités remarquables !

$(9-6)^2 = 3^2 = 9$ $\qquad$ $(x-3x)^2 = (-2x)^2 = 4x^2$

III- Identités remarquables : factorisation :

a, b deux nombres relatifs.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$$
$$a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$$
$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Exemples :

- **Factoriser $\boldsymbol{A = 4x^2 + 12x + 9}$**

Etape 1	$\boldsymbol{A = 4x^2 + 12x + 9}$	On reconnaît la forme $a^2 + 2ab + b^2$
Etape 2	$\boldsymbol{A = (2x)^2 + 2 \times 3 \times 2x + 3^2}$	On applique $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ avec $a = 2x$ et $b = 3$
Etape 3	$\boldsymbol{A = (2x + 3)^2}$	On conclut.

- **Factoriser $\boldsymbol{B = 25 - 90x + 81x^2}$**

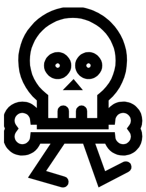
Etape 1	$\boldsymbol{B = 25 - 90x + 81x^2}$	On reconnaît la forme $a^2 - 2ab + b^2$
Etape 2	$\boldsymbol{B = 5^2 - 2 \times 5 \times 9x + (9x)^2}$	On applique $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$ avec $a = 5$ et $b = 9x$
Etape 3	$\boldsymbol{B = (5 - 9x)^2}$	On conclut.

- **Factoriser $\boldsymbol{C = 49y^2 - 121}$**

Etape 1	$\boldsymbol{C = 49y^2 - 121}$	On reconnaît la forme $a^2 - b^2$
Etape 2	$\boldsymbol{C = (7y)^2 - (11)^2}$	On applique $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ avec $a = 7y$ et $b = 11$
Etape 3	$\boldsymbol{C = (7y - 11)(7y + 11)}$	On conclut.

- **Factoriser $\boldsymbol{D = (4x + 5)^2 - (3 - 7x)^2}$**

Etape 1	$\boldsymbol{D = (4x + 5)^2 - (3 - 7x)^2}$	On reconnaît la forme $a^2 - b^2$
Etape 2	$D = [(4x + 5) + (3 - 7x)][(4x + 5) - (3 - 7x)]$	On applique $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$ avec $a = 4x+5$ et $b = 3-7x$
Etape 3	$D = (-3x + 8)(11x + 2)$	On conclut.



Attention au signe « moins » : ne pas oublier les parenthèses…