DS11 – CORRIGÉ - Sujet 1
Système d'équations - Calcul littéral

Exercice 1 : (3 points)

1	Le couple (3 ; - 3) est solution de ….	$4x-3y=21$	$3x+3y=0$		$5x-2y=21$ et de $-x-y=0$
2	$4x-y=21$, donc….	$y=-21+4x$		$x=\dfrac{21+y}{4}$	
3	On considère l'équation $4x-3y=21$		Si $y=-3$ alors $x=3$		
4	Soit $\mathfrak{I}$ le système : $\begin{cases}5x+2y=7\\-2x+y=-10\end{cases}$				$\mathfrak{I}$ admet pour solution (3 ; - 4).

Exercice 2 : (5 points)

1-

$$\begin{cases}2x-5y=-1\\3x+7y=4\end{cases}$$

$$\begin{cases}6x-15y=-3 & (E_1)\times 3\\-6x-14y=-8 & (E_2)\times(-2)\end{cases}$$

En additionnant les deux lignes :

$-29y=-11$

D'où $y=\dfrac{11}{29}$

On remplace dans (E_1) :

$x=\dfrac{-1-7y}{3}=\dfrac{13}{29}$

La solution est $S=\left\{\left(\dfrac{13}{29};\dfrac{11}{29}\right)\right\}$

2-

$$\begin{cases}\dfrac{x+5}{2}-\dfrac{3-y}{5}=2{,}3\\x+7+\dfrac{y-6}{4}=\dfrac{7{,}5}{2}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\dfrac{5x+25}{10}-\dfrac{6-2y}{10}=2{,}3\\\dfrac{4x+28}{4}+\dfrac{y-6}{4}=\dfrac{7{,}5}{2}\end{cases}$$

$$\begin{cases}5x+25-(6-2y)=23\\4x+28+(y-6)=15\end{cases}$$

$$\begin{cases}5x+2y=4\\4x+y=-7\end{cases}$$

$$\begin{cases}5x+2y=4\\8x+2y=-14\end{cases}$$

En effectuant $(E_2)-(E_1): 3x=-18$ *et* $x=-6$

D'oú en remplaçant dans (E_1) :

$y=-7-4x=-7+24=17$

La solution est donc $S=\{(-6\,;17)\}$

Exercice 3 : (4 points)

Soit x le volume d'or et y le volume de cuivre.

Le volume en cm^3 de l'objet est $x+y=143$ et son poids en grammes est $19{,}5x+9y=1875$.

D'où le système $\begin{cases}x+y=143\\19{,}5x+9y=1875\end{cases}$ dont la solution est $S=\{(56\,;87)\}$

L'objet contient donc $56\,cm^3$ d'or et $87\,cm^3$ de cuivre.

Exercice 4 : (3 points)
Soit x la valeur énergétique d'un gramme de banane et y celle d'un gramme de clémentine.

Les données se traduisent directement par le système $\begin{cases} 300x + 250y = 320 \\ 150x + 400y = 215 \end{cases}$ dont la solution est $S = \{(0{,}9\ ;\ 0{,}2)\}$

La valeur énergétique de 80 g de bananes et de 140 g de clémentines est donc : $80 \times 0{,}9 + 140 \times 0{,}2 = 100$ soit 100 kcal.

Exercice 5 :

1-

$F = (3x-5)^2 - (3x-5)(x+4) + 9x^2 - 25$

$= 9x^2 - 30x + 25 - (3x^2 + 12x - 5x - 20) + 9x^2 - 25$

$= 15x^2 - 37x + 20$

2-

$F = (3x-5)^2 - (3x-5)(x+4) + 9x^2 - 25$

$= (3x-5)(3x-5) - (3x-5)(x+4) + (3x-5)(3x+5)$

$= (3x-5)[3x - 5 - (x+4) + (3x+5)]$

$= (3x-5)(3x - 5 - x - 4 + 3x + 5)$

$= (3x-5)(5x-4)$

3- Pour -2 :

$F = 15(-2)^2 - 37 \times (-2) + 20 = 60 + 74 + 20 = 154$

Pour $x = \dfrac{4}{3}$:

$F = 15\left(\dfrac{4}{3}\right)^2 - 37 \times \left(\dfrac{4}{3}\right) + 20 = \dfrac{15 \times 16}{9} - \dfrac{37 \times 4}{3} + 20 = -\dfrac{8}{3}$

4-

$(3x-5)(5x-4) = 0$

Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des deux facteurs au moins est nul :

Soit $(3x-5) = 0$, soit $(5x-4) = 0$

D'où $x = \dfrac{5}{3}$ ou $x = \dfrac{4}{5}$ et $S = \left\{\dfrac{5}{3}; \dfrac{4}{5}\right\}$.

5-

$15x^2 - 37x + 20 = 20$

$15x^2 - 37x = 0$

$x(15x - 37) = 0$

D'où soit $x = 0$, soit $(15x - 37) = 0$ et $x = \dfrac{37}{15}$. $S = \left\{0; \dfrac{37}{15}\right\}$

DS11 – CORRIGE - Sujet 2

Exercice 1 :

1	Le couple (4 ; - 2) est solution de ….		$3x+3y=6$		$5x-2y=24$ et de $x-y=6$
2	$5x-y=13$, donc….			$x=\dfrac{13+y}{5}$	$y=-13+5x$
3	On considère l'équation $7x-2y=10$	Si $x=2$ alors $y=2$		Il y a une infinité de solutions	Si $x=0$ alors $y=-5$
4	Soit $\mathfrak{S}$ le système : $\begin{cases}2x+y=-1\\3x-y=6\end{cases}$				Le couple (1 ; - 3) est la solution de $\mathfrak{S}$.

Exercice 2 : (5 points)

$$\begin{cases}5x+4y=13\\2x-7y=31\end{cases}$$

$$\begin{cases}10x+8y=26 & (E_1)\times\ 2\\-10x+35y=-155 & (E_2)\times(-5)\end{cases}$$

En additionnant les deux lignes :

$43y=-129$

D'où $y=-3$

On remplace dans (E_1) :

$$x=\frac{13-4y}{5}=\frac{13+12}{5}=\frac{25}{5}=5$$

La solution est $S=\{(5;-3)\}$

$$\begin{cases}\dfrac{x-3}{2}-\dfrac{2y-21}{2}=\dfrac{7}{2}\\[2mm]\dfrac{x+2}{3}-\dfrac{3-y}{5}=-\dfrac{19}{3}\end{cases}$$

$$\begin{cases}x-3-2y+21=7\\[1mm]\dfrac{5x+10}{15}-\dfrac{9-3y}{15}=-\dfrac{95}{15}\end{cases}$$

$$\begin{cases}x-2y=-11\\5x+3y=-96\end{cases}$$

$$\begin{cases}-5x+10y=55 & (E_1)\times(-5)\\5x+3y=-96\end{cases}$$

En effectuant $(E_2)+(E_1):13y=-41$

$$y=-\frac{41}{13}$$

D'oú en remplaçant dans (E_1) :

$$x=-11+2y=-\frac{225}{13}$$

La solution est donc $S=\left\{\left(-\dfrac{225}{13};-\dfrac{41}{13}\right)\right\}$

Exercice 3 : Soit x le volume de jus d'orange et y le volume de jus de pomme.

Le volume en ml du verre est $x+y=250$ et la quantité de vitamine C qu'elle contient est $0{,}52x+0{,}12y=110$.

D'où le système $\begin{cases}x+y=250\\0{,}52x+0{,}12y=110\end{cases}$ dont la solution est $S=\{(200\,;50)\}$

Il faut donc mélanger 200 ml d'orange et 50 ml de pomme.

<u>Exercice 4 :</u> Soit x prix d'une bougie et y celui d'un chandelier.
Rémi paie $3x+5y=72{,}30$ et Michel $5x+3y=68{,}50$.

D'où le système $\begin{cases} 3x+5y=72{,}30 \\ 5x+3y=68{,}50 \end{cases}$ dont la solution est $S=\{(7{,}85\,;9{,}75)\}$

Kamel va donc payer $2\times 7{,}85+9{,}75=25{,}45$ €.

<u>Exercice 5 :</u> (5 points)
On considère l'expression $F=(2x-7)^2-(2x-7)(x+4)+4x^2-49$.

1-
$$F=(2x-7)^2-(2x-7)(x+4)+4x^2-49$$
$$=4x^2-28x+49-(2x^2+8x-7x-28)+4x^2-49$$
$$=6x^2-29x+28$$

2-
$$F=(2x-7)^2-(2x-7)(x+4)+4x^2-49$$
$$=(2x-7)(2x-7)-(2x-7)(x+4)+(2x-7)(2x+7)$$
$$=(2x-7)[2x-7-(x+4)+(2x+7)]$$
$$=(2x-7)(2x-7-x-4+2x+7)$$
$$=(2x-7)(3x-4)$$

3- Pour -2 :
$$F=6(-2)^2-29\times(-2)+28=24+58+28=110$$
Pour $x=\dfrac{4}{5}$:
$$F=6\left(\frac{4}{5}\right)^2-29\times\left(\frac{4}{5}\right)+28=\frac{6\times 16}{25}-\frac{29\times 4}{5}+28=\frac{216}{25}$$

4-
$$(2x\_7)(3x-4)=0$$
Un produit de facteurs est nul si et seulement si l'un des deux facteurs au moins est nul :
Soit $(2x-7)=0$, soit $(3x-4)=0$
D'où $x=\dfrac{7}{2}$ ou $x=\dfrac{4}{3}$ et $S=\left\{\dfrac{7}{2};\dfrac{4}{3}\right\}$.

5-
$$6x^2-29x+28=28$$
$$6x^2-29x=0$$
$$x\,(6x-29)=0$$
D'où soit x = 0, soit $(6x-29)=0$ et $x=\dfrac{29}{6}$. $S=\left\{0;\dfrac{29}{6}\right\}$