TS **DM5 - Complexes et géométrie**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On appelle f l'application qui à tout point M d'affixe z $(z \neq -1)$ associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = \frac{-iz-2}{z+1}$.

Soient A, B, C les points d'affixes $a = -1, b = 2i, c = -i$.

1. Soit C' l'image du point C par f.

Déterminer l'affixe c' du point C' sous forme algébrique puis sous forme exponentielle.

2. Calculer l'affixe d du point D ayant pour image par f le point D' d'affixe $d' = \frac{1}{2}$.

3. Pour tout nombre complexe z différent de -1, on note p le module de $z+1$ et p' le module de $z' + i$.

- **a.** Démontrer que, pour tout nombre complexe différent de -1, on a : $pp' = \sqrt{5}$.
- **b.** Si le point M appartient au cercle Γ de centre A et de rayon 2, montrer qu'alors le point $M' = f(M)$ appartient à un cercle Γ', dont on précisera le centre et le rayon.

4. Pour tout nombre complexe z différent de -1, on considère le nombre complexe $\omega = \frac{z-2i}{z+1}$.

- **a.** Interpréter géométriquement l'argument du nombre complexe ω.
- **b.** Montrer que $z' = -i\omega$.
- **c.** Déterminer l'ensemble $\mathcal{F}$ des points M d'affixe z telle que z' soit un réel non nul.
- **d.** Vérifier que le point D appartient aux ensembles Γ et $\mathcal{F}$.

5. Représenter les ensembles Γ , Γ' et $\mathcal{F}$ en prenant 2 cm pour unité graphique.

TS **DM5 - Complexes et géométrie**

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

On appelle f l'application qui à tout point M d'affixe z $(z \neq -1)$ associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = \frac{-iz-2}{z+1}$.

Soient A, B, C les points d'affixes $a = -1, b = 2i, c = -i$.

1. Soit C' l'image du point C par f.

Déterminer l'affixe c' du point C' sous forme algébrique puis sous forme exponentielle.

2. Calculer l'affixe d du point D ayant pour image par f le point D' d'affixe $d' = \frac{1}{2}$.

3. Pour tout nombre complexe z différent de -1, on note p le module de $z+1$ et p' le module de $z' + i$.

- **a.** Démontrer que, pour tout nombre complexe différent de -1, on a : $pp' = \sqrt{5}$.
- **b.** Si le point M appartient au cercle Γ de centre A et de rayon 2, montrer qu'alors le point $M' = f(M)$ appartient à un cercle Γ', dont on précisera le centre et le rayon.
- **a.** Pour tout nombre complexe z différent de -1, on considère le nombre complexe $\omega = \frac{z-2i}{z+1}$.Interpréter géométriquement l'argument du nombre complexe ω.
- **b.** Montrer que $z' = -i\omega$.
- **c.** Déterminer l'ensemble $\mathcal{F}$ des points M d'affixe z telle que z' soit un réel non nul.
- **d.** Vérifier que le point D appartient aux ensembles Γ et $\mathcal{F}$.

4. Représenter les ensembles Γ , Γ' et $\mathcal{F}$ en prenant 2 cm pour unité graphique.