

**TD Probabilités****Test de dépistage**

Une maladie atteint 10% d'une population. Un test de dépistage permet de détecter si un individu est malade. Ce test doit être positif si l'individu est malade et négatif sinon.

La probabilité qu'un test soit positif sachant que l'individu est sain est de 0,008.

La probabilité qu'un test soit négatif sachant que l'individu est malade est de 0,02.

On choisit un individu au hasard dans cette population. On note les événements :  $M$  « l'individu est atteint de la maladie », et  $T$  « le test est positif ».

1. Construire un arbre pondéré résumant la situation.
2. **Valeur diagnostique :**

On appelle valeur diagnostique d'un test, la probabilité qu'un individu dont le test est positif soit malade.

- (a) Calculer  $P(M \cap T)$  et  $P(T)$ .
- (b) En déduire la valeur diagnostique  $P_T(M)$ .

3. **Fiabilité du test :**

Une erreur de test survient lorsque : « l'individu est sain et le test est positif » ou « l'individu est malade et le test est négatif ».

- (a) Calculer  $P(\bar{M} \cap T)$  (un individu  $\bar{M} \cap T$  est dit « faux positif »).
- (b) Calculer  $P(M \cap \bar{T})$  (un individu  $M \cap \bar{T}$  est dit « faux négatif »).
- (c) Calculer la probabilité d'une erreur de test.

4. **Influence de la proportion d'individus malades**

On généralise l'étude précédente dans le cas où la proportion d'individus malades dans la population est  $x$  avec  $0 < x < 1$ .

- (a) Exprimer la valeur diagnostique en fonction de  $x$ .
- (b) Que dire de la valeur diagnostique lorsque  $x$  est proche de 0 ? A partir de quelle valeur de  $x$  la valeur diagnostique dépasse-t-elle 0,9 ?

*Commentaires : La valeur diagnostique mais aussi la fiabilité du test sur la population étudiée dépend de la proportion de gens malades. Pour une maladie rare, un cas de test positif n'assure pas le diagnostic, aussi convient-il d'effectuer d'autres tests indépendants. En outre, un dépistage systématique de la population a l'inconvénient de produire une quantité non négligeable de faux positifs, ce qui pose des problèmes éthiques.*