

Formulaire sur les suites

Suite $(u_n), n \in \mathbb{N}$	Suite arithmétique de raison r	Suite géométrique de raison q
Définition	On passe de chaque terme au suivant en ajoutant le même réel r $u_{n+1} = u_n + r$	On passe de chaque terme au suivant en multipliant par le même réel q $u_{n+1} = q \times u_n$
Terme général	$u_n = u_0 + nr$ $u_n = u_1 + (n-1)r$	$u_n = u_0 \times q^n$ $u_n = u_1 \times q^{n-1}$
Somme de termes	“Nombre de termes” \times “Moyenne du premier et dernier terme” $\sum_{k=0}^n u_k = (n+1) \times \frac{u_0 + u_n}{2}$	“Premier terme” $\times \frac{1 - q^{\text{nb de termes}}}{1 - q}$ $\sum_{k=0}^n u_k = u_0 \times \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$
Cas particuliers	$1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$	$1 + q + q^2 + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$

Exercices corrigés

Exercice n° 1

Calculer $S = 1 + x^2 + x^4 + \dots + x^{2n}$

Solution: C'est une somme géométrique du type $1 + q + q^2 + \dots + q^n$ avec $q = x^2$. D'où : $S = \frac{1 - (x^2)^{n+1}}{1 - x^2}$ si $x^2 \neq 1$. Si $x = 1$ alors $S = 1 + 1 + \dots + 1 = n + 1$

Exercice n° 2

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r . On donne : $u_0 = 3$ et $u_{34} = 321$. Déterminer u_{100} .

Solution: On a $u_n = u_0 + nr$. En remplaçant n par 34, on détermine r . Puis on calcule u_{100}

Exercice n° 3

Calculer la somme : $S = 5 + 10 + 20 + 40 + \dots + 5120$

Solution: C'est la somme des termes de la suite (u_n) géométrique de raison 2 et de premier terme 5. Il reste à déterminer le nombre de termes de la somme. $u_n = 5 \times 2^n \implies 5 \times 2^n = 5120 \implies 2^n = 1024 \implies n = 10$. Donc $S = u_0 + \dots + u_{10}$ qui comporte 11 termes. D'où : $S = 5 \times \frac{1 - 2^{11}}{1 - 2} = 5(2^{11} - 1) = 10235$

Exercice n° 4

Soit la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = -2u_n + 3$ et $u_0 = 5$. On pose aussi $v_n = u_n - 1$. Montrer que (v_n) est géométrique, déterminer le terme général de (u_n) .

Solution: $v_{n+1} = u_{n+1} - 1 = -2u_n + 3 - 1 = -2(u_n - 1)$. Donc $v_{n+1} = -2v_n$, (v_n) est géométrique de raison -2 et de premier terme $v_0 = u_0 - 1 = 4$. D'où $v_n = 4 \times (-2)^n$. Ainsi $u_n = 4 \times (-2)^n + 1$