# <u>DM3 – Asymptote oblique</u>

On définit sur $\mathbb{R} - \{2\}$, la fonction $f$ par

$$f(x) = \frac{2x^2-5x+10}{x-2}.$$

On note $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère $(O;\ \vec{\imath}\ ;\ \vec{\jmath})$.

1. **Variations :** Déterminer les variations de $f$ sur $\mathbb{R}$.
2. **Limites :**
   **a)** Déterminer les limites de $f$ aux bornes de son ensemble de définition (4 limites à calculer). Dresser alors le tableau de variations de $f$.
   **b)** En déduire que $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote verticale, dont on précisera l'équation.
3. **Asymptote oblique :**
   **a)** Déterminer les réels $a, b, c$ tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$.
   **b)** Calculer alors $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x) - (ax + b))$.
   **c)** Calculer de même $\lim\limits_{x\to-\infty}(f(x) - (ax + b))$.
   **d)** Etudier la position de la courbe $\mathcal{C}_f$ par rapport à la droite $\mathfrak{D}$ d'équation $y = ax + b$.

La droite $\mathfrak{D}$ est appelée **asymptote oblique** à $\mathcal{C}_f$ en $+\infty$ et $-\infty$.

4. **Tracés :** Tracer dans un même repère la courbe $\mathcal{C}_f$ et ses deux asymptotes. On prendra 1 $cm$ comme unité graphique en abscisse et 0,5 $cm$ en ordonnée. *Figure GeoGebra acceptée si elle a les bonnes dimensions.*
5. **Centre de symétrie :**
   Soit le point $\Omega(2; 3)$.
   a) Vérifier que $\Omega$ est le point d'intersection des deux asymptotes puis le placer sur le graphique.
   b) Soit $\alpha$ un réel strictement supérieur à 2. On nomme $A$ le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse $\alpha$. Exprimer en fonction de $\alpha$ l'ordonnée de $A$.
   c) Soit $A'$ le symétrique de $A$ par rapport à $\Omega$. Exprimer en fonction de $\alpha$ les coordonnées de $A'$.
   d) Vérifier que $A'$est un point de la courbe $\mathcal{C}_f$.

Le point $\Omega$ est le **centre de symétrie** de la courbe $\mathcal{C}_f$.