TS Méthodes pour lever une indétermination dans un calcul de limites

1er cas : la limite est du type « $\frac{0}{0}$ » :

1) Simplification après factorisation (ex : $\lim\limits_{x\to 3} \frac{2x^2+x-21}{-x^3+10x-3}$)
2) Taux d'accroissement (ex : $\lim\limits_{x\to 2} \frac{\sqrt{x+7}-3}{x-2}$)
3) Se ramener à $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x}$ par un changement de variable (ex : $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sin 2(x-1)}{x-1}$)
4) Utiliser un encadrement (ex : $\lim\limits_{x\to 0} x\sin\frac{1}{x}$)

2ème cas : indétermination en l'infini :

1) Factoriser par le terme de plus haut degré (ex : $\lim\limits_{x\to 3} \frac{x^2-x+1}{\sqrt{x^2+1}}$)
2) Expression conjuguée (ex : $\lim\limits_{x\to +\infty} 3\sqrt{x^3+1}-3x\sqrt{x-2}$)
3) Utiliser un encadrement (ex : $\lim\limits_{x\to -\infty} xE(x)$)

Astuces :

- si la limite $\lim\limits_{x\to a} f(x)$ est du type « $\frac{0}{0}$ » et *f* est une fonction rationnelle, alors *a* est racine du numérateur et du dénominateur : simplifier par *x-a* .
- Si *f* et *g* sont dérivables en *a*, alors : $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{g(x)-g(a)} = \lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a} \frac{x-a}{g(x)-g(a)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$
- Pour les fonctions trigonométriques, penser que $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad -1 \le \cos x \le 1, \quad -1 \le \sin x \le 1$

Attention :

- « $0\times\infty$ » est une forme indéterminée et ne vaut pas 0 !
- Dans une copie, il convient de montrer que l'on a vu la difficulté du calcul et de détailler la méthode utilisée.

Cas des polynômes et fonctions rationnelles : on pourra utiliser pour vérifier un résultat, la règle de calcul suivante :

La limite en l'infini d'un polynôme est celle de son terme de plus haut degré.

La limite en l'infini d'une fonction rationnelle est celle du quotient de ses termes de plus haut degré.