

IE (1h) - Géométrie vectorielle

La qualité de la rédaction et le soin apporté à la justification des réponses entreront pour une part importante dans l'évaluation des copies.

Exercice 1 : (4,5 points) Quantificateurs :

Dans un repère, d est la droite d'équation cartésienne : $3x + 2y - 6 = 0$.

Dire si chacune des propositions est vraie ou fausse. Justifier.

- a- Il existe un point de d d'abscisse nulle.
- b- Il existe un point $M(u; v)$ de d tel que $u = v$.
- c- Pour tout point $M(x; y)$ de d , $y \geq x$.

Exercice 2 : (7 points) Avec des coordonnées

Le plan est muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

On considère les points $A(-2; 5)$, $B(1; 4)$, $C(-2; -5)$, $D(7; 7)$, $E(-4; -1)$ et $F(0; 1)$.

1. Démontrer que les points B, C, F sont alignés.
2. Démontrer que les droites (AE) et (BC) sont parallèles.
3. a) Déterminer l'équation de la droite (AB) .
b) Vérifier que l'équation de (CD) est $4x - 3y - 7 = 0$.
c) Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont sécantes et déterminer les coordonnées de leur point d'intersection I .
4. Prouver alors que B est le milieu du segment $[AI]$.

Exercice 3 : (5 points) Vecteurs

ABC est un triangle. Le point I est le milieu du segment $[AB]$. Les points J et L sont tels que :

$$2\vec{JB} + 3\vec{JC} = \vec{0} \text{ et } 3\vec{LC} = 2\vec{LA}.$$

1. Faire une figure. (On justifiera la position de J et L par un calcul vectoriel).
2. Exprimer le vecteur \vec{IJ} en fonction des vecteurs \vec{BC} et \vec{BA} .
3. Exprimer le vecteur \vec{IL} en fonction des vecteurs \vec{BC} et \vec{BA} .
4. Que peut-on en déduire concernant les points I, J, L ? Justifier.

Exercice 4 : (3,5 points) Avec un paramètre

Les droites d_1 et d_2 ont pour équations respectives : $3x - 2y - 8 = 0$ et $5x + 4y - 6 = 0$.

La droite Δ a pour équation $2mx - (m + 1)y - 8 = 0$ où m est un réel quelconque.

Comment choisir le réel m pour que ces trois droites soient concourantes ?