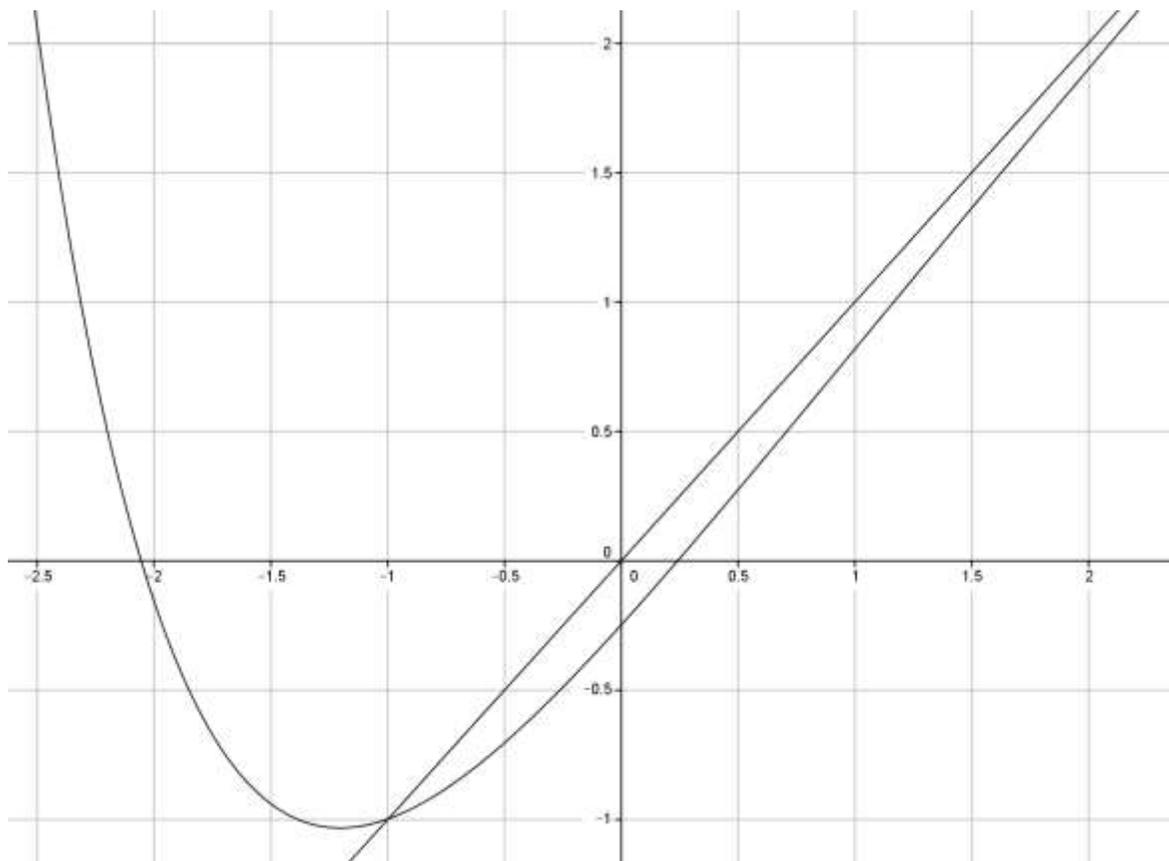


NOM :

DM5**Partie A : Etude d'une fonction**

On donne ci-dessous la courbe représentative \mathcal{C} d'une fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = x - \frac{1}{4}(x+1)e^{-x}$ ainsi que de la droite \mathcal{D} d'équation $y = x$.



1. (a) Pour tout réel x , calculer $f'(x)$ et $f''(x)$.
 (b) En déduire les variations de f' .
 (c) Démontrer que l'équation $f'(x) = 0$ admet une solution unique α et que $-1,21 < \alpha < -1,2$.
2. Déduire des questions précédentes les variations de f .
3. Démontrer que si x appartient à l'intervalle $I = [-1 ; 0]$, alors $f(x)$ appartient également à l'intervalle I .

Partie B : Etude d'une suite

On définit la suite (u_n) par $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. En utilisant la représentation graphique ci-dessus, que peut-on conjecturer des variations et de la convergence de la suite (u_n) ?
2. (a) Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n non nul, $-1 < u_n < 0$.
 (b) Démontrer que la suite (u_n) est décroissante.
 (c) En déduire que la suite (u_n) converge vers une limite ℓ que l'on déterminera.