

IE Arithmétique**Exercice 1 : (5 points)** Vrai ou faux : justifier

- Si 2 divise $7n$ alors 2 divise n .
- Si n est divisible par 4 et 15, alors il est divisible par 60.
- L'équation $ax + by = c$ n'a de solution que si $PGCD(a, b) = c$

Exercice 2 : (3 points)

- Enoncer le théorème de Bézout pour deux entiers a et b .
- Soient a et b deux entiers premiers entre eux. On considère l'algorithme ci-dessous :

```

Algorithme
Entrer  $a$  et  $b$ 
 $1 \rightarrow u$ 
 $a \rightarrow c$ 
Tant que  $a$  n'est pas congru à 1 modulo  $b$ 
 $u + 1 \rightarrow u$ 
 $u \times c \rightarrow a$ 
Fin TantQue
 $(1 - a)/b \rightarrow v$ 
Afficher  $u, v$ 
Fin Algorithme

```

Faire tourner cet algorithme sur un exemple.

- Que fait cet algorithme ?

Exercice 3 : (8 points)

- En utilisant le théorème de Bézout, démontrer le théorème de Gauss.
- En utilisant l'algorithme d'Euclide, déterminer une solution particulière de l'équation $19x + 29y = 1$ où x et y sont des entiers.
 - En déduire une solution entière de $19x + 29y = 818$.
 - Déterminer alors toutes les solutions de $19x + 29y = 818$.
- Un théâtre pratique deux tarifs, 19€ pour les abonnés et 29 € pour les autres. A la fin d'une séance, la recette s'élève à 818 €. Combien de billets de chaque sorte ont été vendus ?

Exercice 4 : (4 points)

On considère les entiers $a = 2n^3 + 5n^2 + 4n + 1$ et $b = 2n^2 + n$ où $n \in \mathbb{N}$.

- Montrer que $2n + 1$ divise a et b .
- Montrer que les entiers $c = n^2 + 2n + 1$ et $d = n$ sont premiers entre eux.
- En déduire que $pgcd(a, b) = 2n + 1$.