1ère S **26/06/2013**

DS - Etude de fonction

La qualité de la rédaction et le soin apporté à la justification des réponses entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Exercice 1 : (3 points) Du cours

Soit f une fonction définie sur un intervalle I ouvert et a un réel de I.
Expliquer ce que veut dire « $f$est dérivable en a ».

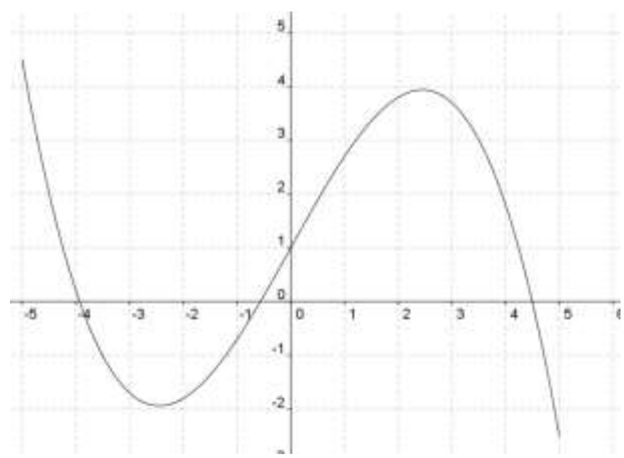
Exercice 2 : (5 points) Calcul de dérivées :

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

- $f(x) = \frac{x^3}{4} - 3x^2 + 5$ sur $\mathbb{R}$
- $g(x) = \frac{3x-1}{5}$ sur $\mathbb{R}$
- $h(x) = \frac{4x-2}{3x+1}$ sur $\mathbb{R} - \left\{-\frac{1}{3}\right\}$
- $k(x) = x\sqrt{x}$ sur $\mathbb{R}^{+*}$

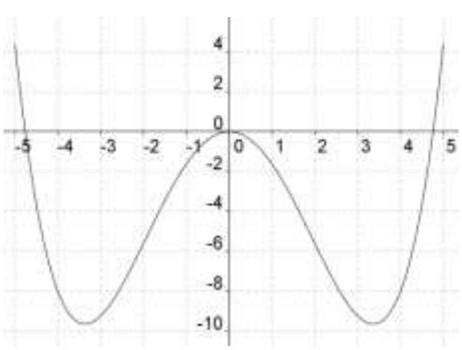
Exercice 3 : (5 points)

1- On donne la représentation graphique dans un repère orthonormé d'une fonction *f* définie sur [-5 ; 5].
Résoudre graphiquement l'équation $f\ (x)\ =\ 0$, puis dresser le tableau de signe de *f* sur [-5 ; 5].

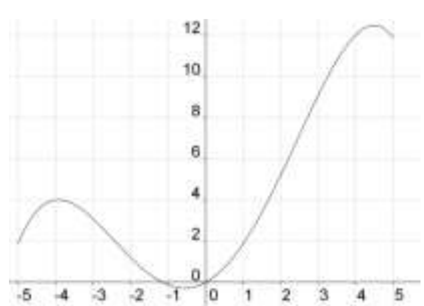


2- *f* est la dérivée d'une fonction *F* sur [-5 ; 5].
En justifiant, déterminer les variations de *F* .
Parmi les trois courbes ci-dessous, déterminer celle susceptible de représenter F. Justifier.

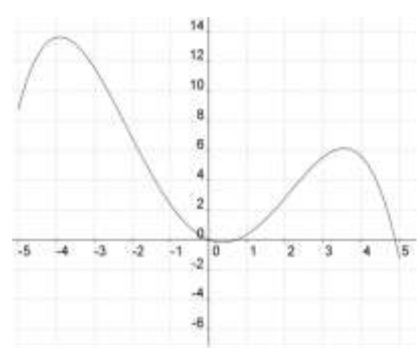
N°1



N°2



N°3



Exercice 4 : (8 points)

Partie A : Etude d'équation et inéquation :

1. Résoudre $x^2 - 10x + 1 > 0$.
2. Résoudre $x^2 + x - 6 = 0$.

Partie B : Etude de la fonction *f* : définie par

$$f(x) = \frac{x-5}{x^2+x-6}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition et de dérivabilité de f. Justifier.
2. Montrer que la dérivée de f est :

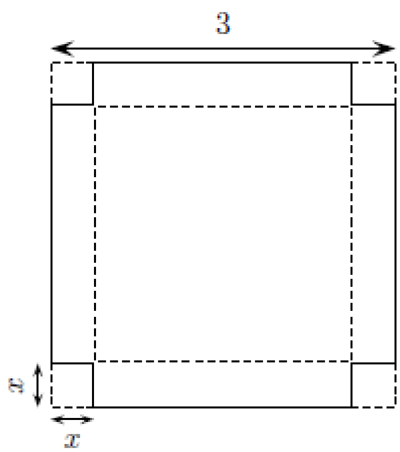
$$f'(x) = -\frac{x^2-10x+1}{(x^2+x-6)^2}$$

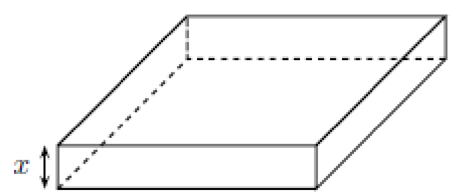
3. En déduire les variations de f.

<u>Exercice 5 :</u> (5 points) Optimisation

On veut construire une boîte métallique à partir d'une plaque carrée de 3 m de côté. A chaque coin de cette plaque, on découpe un carré de côté x m. En pliant et en soudant, on obtient une boîte sans couvercle, de volume $V(x)$.

1. Expliquer pourquoi x doit appartenir à l'intervalle $[0\,;1{,}5]$.
2. Démontrer que le volume de la boîte est en m^3 : $V(x) = 4x^3 - 12x^2 + 9x$.
3. Déterminer la valeur de x pour laquelle ce volume est maximal. Quel est alors ce volume ?





<u>Exercice 6 :</u> (4 points) Détermination d'une fonction

Soit f la fonction rationnelle définie sur $\mathbb{R} - \{0\,;-2\}$ par

$$f(x) = \frac{x^2+ax+b}{2x^2+4x}$$

où a, b sont deux réels. On appelle C_f sa courbe représentative dans un repère.

Sans résoudre le problème, écrire les équations permettant de déterminer les réels a et b tels que C_f passe par le point A de coordonnées $(-1\,;2)$ et admette en ce point une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

<u>BONUS :</u> On donne la fonction g définie par $g(x) = \sqrt{x^2-1}$. Déterminer l'ensemble de définition et de dérivabilité de g puis l'expression de $g'(a)$ en fonction de a.