TL 08/11/2017

NOM : CORRIGÉ

IE2 – Calcul de dérivées – 30 minutes

Pour chaque fonction ci-dessous, déterminer sa dérivée. On donnera le résultat sous forme la plus simple possible.

1. $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

2. $\left[\frac{1}{u^2}\right]' = -\frac{2u'}{u^3}$

3. $f(x) = -7x^5 + 4x^4 - 3x^2 + x - \frac{1}{2}$

$f'(x) = -35x^4 + 16x^3 - 6x + 1$ Dérivable sur $\mathbb{R}$ (polynôme)

4. $f(x) = \frac{3x^4 - x^2 + 4}{2}$ (pas $\frac{u}{v}$ mais $\frac{1}{2} \times (3x^4 - x^2 + 4)$)

$f'(x) = \frac{12x^3 - 2x}{2} = 6x^3 - x.$

Dérivable sur $\mathbb{R}$ (polynôme)

5. $g(x) = \frac{-3x+4}{2x-x^2}$ $\left(\frac{u}{v} : \begin{array}{ll} u(x) = -3x+4 & v(x) = 2x - x^2 \\ u'(x) = -3 & v'(x) = 2-2x \end{array}\right)$

$g'(x) = \frac{-3(2x-x^2) - (-3x+4)(2-2x)}{(2x-x^2)^2}$

$= \frac{-6x+3x^2+6x-6x^2-8+8x}{(2x-x^2)^2}$

$= \frac{-3x^2+8x-8}{(2x-x^2)^2}.$

Dérivable pour $2x - x^2 \neq 0$

Or $2x - x^2 = 0$

$\iff x(2-x) = 0$

$\iff x = 0$ ou $x = 2$

Donc g est Dérivable sur $\mathbb{R} - \{0; 2\}$.

6. $h(x) = \left(\frac{x^2-1}{3}\right)^3$ $\left((u^3)' = 3u'u^2 \text{ avec } u(x) = \frac{x^2-1}{3},\ u'(x) = \frac{2x}{3}\right)$

$h'(x) = 3 \times \frac{2x}{3}\left(\frac{x^2-1}{3}\right)^2$ Dérivable sur $\mathbb{R}$.

$= 2x\left(\frac{2x^2-1}{3}\right)^2$

7. $f(x) = \frac{-2}{5x^3-4x^2+1}$ $\left(\text{Pas } \frac{u}{v} \text{ mais } -2 \times \frac{1}{v} \text{ où } v(x) = 5x^3-4x^2+1\right)$

$f'(x) = -2 \times \frac{-(15x^2-8x)}{(5x^3-4x^2+1)^2}$

$= \frac{30x^2-16x}{(5x^3-4x^2+1)^2}$

Dérivable pour $5x^3-4x^2+1 \neq 0$ (pas de méthode générale pour le résoudre)

8. $g(x) = \sqrt{2x^2+5x^4}$ $\left((\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}} \text{ avec } u(x) = 2x^2+5x^4,\ u'(x) = 4x+20x^3.\right)$

$g'(x) = \frac{4x+20x^3}{2\sqrt{2x^2+5x^4}}.$

Dérivable pour $2x^2+5x^4 > 0$

$\iff \underbrace{x^2}_{\text{positif pour } x \neq 0}\underbrace{(2+5x^2)}_{\text{positif partout } x \in \mathbb{R}.} > 0$