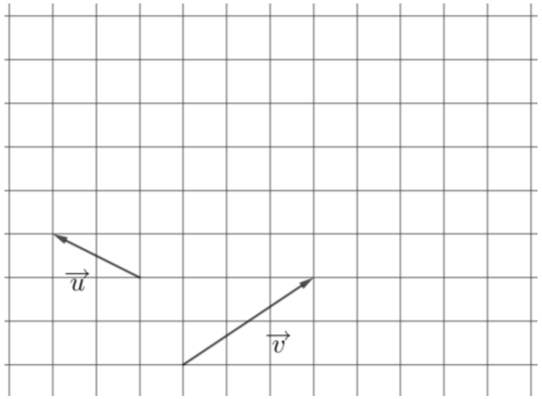
Seconde **Chapitre 8 – Vecteurs : opérations et colinéarité**

1- Somme de vecteurs :

(a) Enchaînement de deux translations :

Si l'on enchaîne deux translations de vecteurs respectifs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ on obtient une nouvelle translation. Le vecteur qui lui est associé est appelé somme des vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et notée $\vec{u}+\vec{v}$.

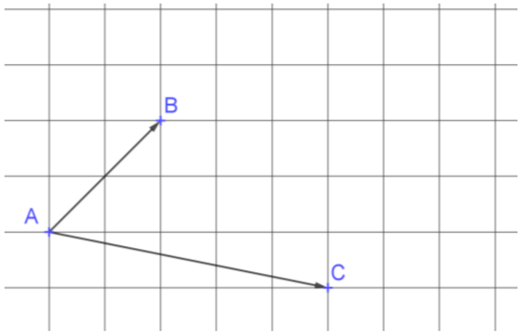


(b) Propriétés :

- On peut enchaîner les translations dans l'ordre que l'on veut, on a donc :

$$\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$$

- Règle du parallélogramme : Pour déterminer la somme de deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ de même origine, il suffit de tracer le point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. La somme est alors $\overrightarrow{AD}$.



- Relation de Chasles : $\boxed{\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}}$

- La somme d'un vecteur et de son opposé est nulle : $-\vec{u}+\vec{u}=\vec{0}$

Rqe : on note $\vec{u}-\vec{v}$ pour $\vec{u}+(-\vec{v})$

(c) Coordonnées de $\vec{u}+\vec{v}$ dans un repère :

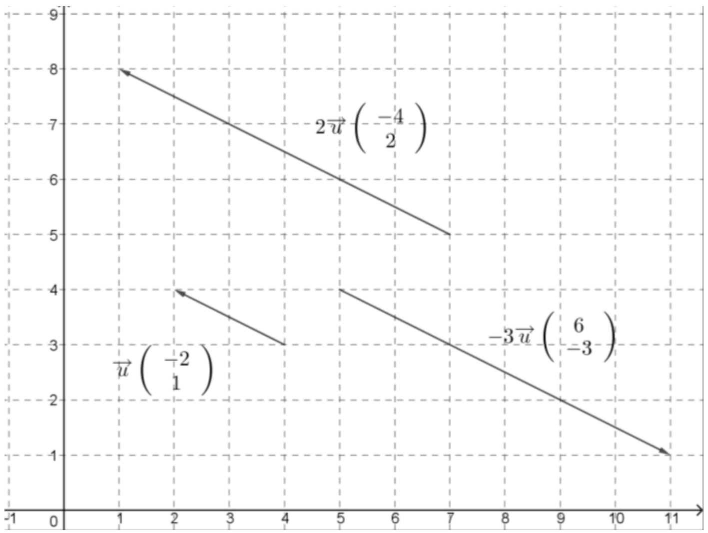
Dans un repère, si $\vec{u}$ a pour coordonnées $\binom{x}{y}$ et $\vec{v}$ a pour coordonnées $\binom{x'}{y'}$ alors leur somme $\vec{u}+\vec{v}$ a pour coordonnées $\binom{x+x'}{y+y'}$.

En conséquent, l'opposé de $\vec{u}\binom{x}{y}$ est $-\vec{u}\binom{-x}{-y}$.

2- Produit d'un vecteur par un réel :

(a) Vecteur $k\vec{u}$:

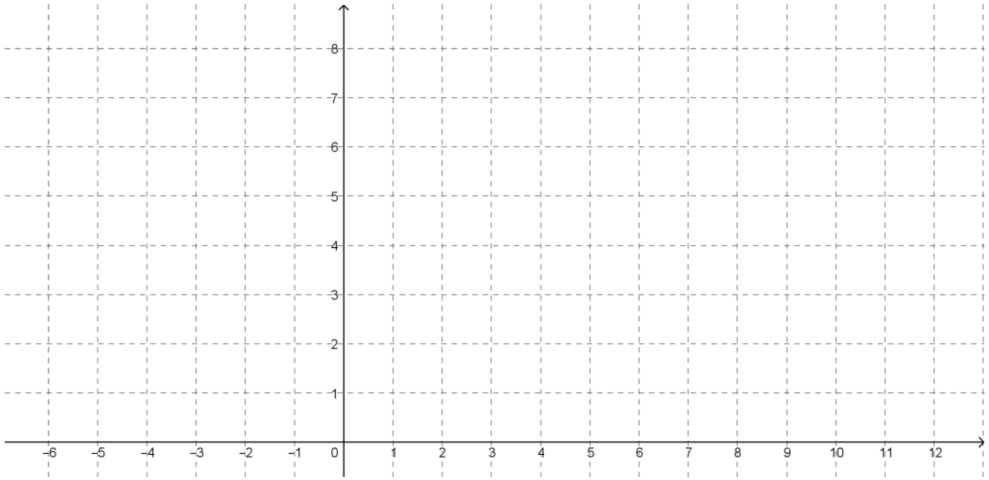
Dans un repère, si $\vec{u}$ a pour coordonnées $\binom{x}{y}$ et k est un nombre réel, on note $k\vec{u}$ le vecteur de coordonnées $\binom{kx}{ky}$.



➢ **Propriété :** Pour tous vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ et tous réels k et k' on a :

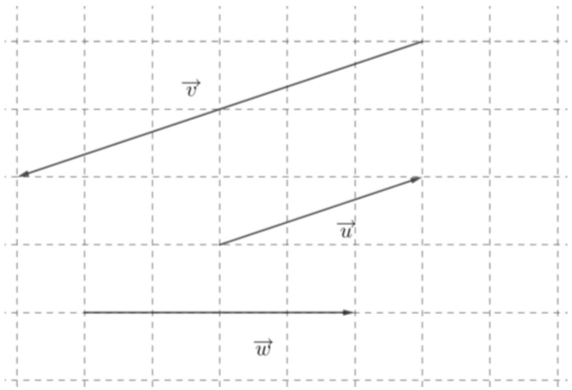
$$\boxed{k(\vec{u}+\vec{v}) = k\vec{u}+k\vec{v}} \text{ et } \boxed{(k+k')\vec{u} = k\vec{u}+k'\vec{u}}$$

<u>Ex :</u> dans un repère, on considère les points $A(-1;2)$, $B(3;-4)$, $C(0;3)$ et les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}-4\\8\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-5\\0\end{pmatrix}$. Placer le point D tel que $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\vec{u}$ et calculer les coordonnées des vecteurs $\vec{u}-\vec{v}$, $2\vec{u}-3\vec{v}$ et $\overrightarrow{AB}+3\overrightarrow{CB}$.



(b) <u>Vecteurs colinéaires :</u>

➢ **Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont dits colinéaires lorsqu'il existe un réel k tel que $\vec{u} = k\vec{v}$.**



Par convention, le vecteur nul est colinéaire à tout autre vecteur $\vec{u}$ car on peut toujours écrire $\vec{0} = 0\,\vec{u}$.

➢ Deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires si et seulement si ils ont la **même direction.**

➢ **Dans un repère, deux vecteurs $\vec{u}$ de coordonnées $\begin{pmatrix}x\\y\end{pmatrix}$ et $\vec{v}$ de coordonnées $\begin{pmatrix}x'\\y'\end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si $\boxed{xy'-yx'=0}$.**

<u>Ex :</u> dans un repère, on considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\\frac{1}{2}\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{2}{3}\\-\frac{5}{4}\end{pmatrix}$, $\vec{w}\begin{pmatrix}-8\\15\end{pmatrix}$ et $\vec{t}\begin{pmatrix}-8\\-2\end{pmatrix}$.

Les vecteurs suivants sont-ils colinéaires ? $\vec{u}$ et $\vec{t}$? $\vec{u}$ et $\vec{w}$? $\vec{v}$ et $\vec{w}$?

(c) <u>Applications de la colinéarité :</u>

➢ <u>**Parallélisme :**</u>

Deux droites (AB) et (CD) sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

<u>Ex :</u> dans un repère, on considère les points $R(-5\,;8)$, $S(7\,;5)$, $T(-1;3)$, $U(3;2)$.

1. *Montrer que les droites (RS) et (TU) sont parallèles.*
2. *Les droites (RT) et (SU) sont-elles parallèles ?*

➢ <u>**Alignement et milieu :**</u>

Trois points A, B, C sont <u>alignés</u> si et seulement si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires.

I est le <u>milieu</u> de $[AB]$ si et seulement si $\overrightarrow{AI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ ou encore $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AI}$ (ou encore $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{IB}$).

<u>Ex :</u> dans un repère, on considère les points $M(0;-3)$, $N(10;1)$, $P(-2;-4)$, et $R(15;3)$.

1. *Montrer que les points M, N et R sont alignés.*
2. *Les points N, P et R sont-ils alignés ?*