Rappels Loi Binomiale

1. Epreuve de Bernoulli, loi binomiale :

Définition : On appelle épreuve de Bernoulli une expérience aléatoire qui a deux issue possibles, une que l'on nomme succès, S, de probabilité p et l'autre que l'on nomme échec, $\bar{S}$ de probabilité 1-p.

Exemple : Lancer un dé équilibré et regarder si on a obtenu 6 ou non est une épreuve de Bernoulli de probabilité $p = \frac{1}{6}$.

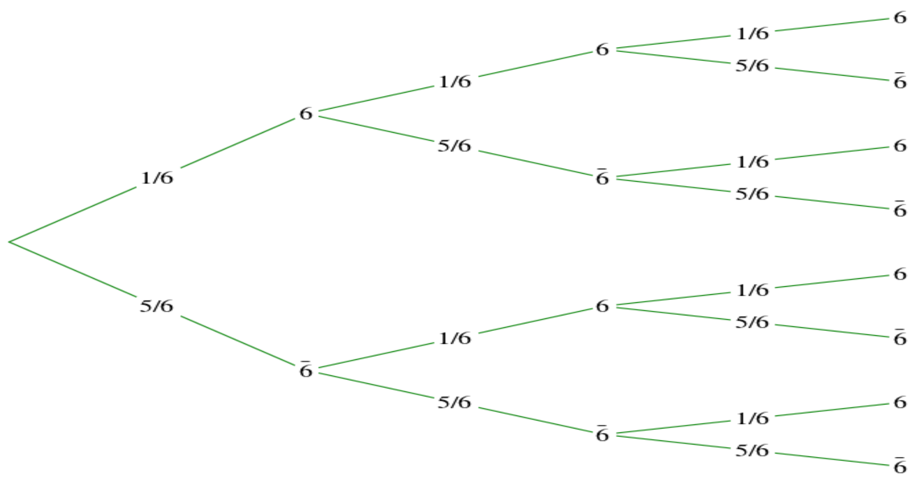
On s'intéresse alors à une expérience aléatoire consistant en la répétition de n épreuves de Bernoulli de probabilité p et au nombre de succès obtenus. On appelle X la variable aléatoire égale au nombre de succès obtenus lors des n expériences.

Définition : une expérience aléatoire consistant en la répétition de n épreuves de Bernoulli de probabilité p est appelé un schéma de Bernoulli d'ordre n.

Exemple : Lancer 3 dés équilibrés et on s'intéresse au nombre de 6 sortis est un schéma de Bernoulli d'ordre 3.

Définition : La loi de probabilité du nombre de succès dans une expérience aléatoire consistant en la répétition de n épreuves de Bernoulli de probabilité p est appelée une loi binomiale de paramètre n et p.

Exemple : En reprenant l'exemple précédent :



X=	0	1	2	3
probabilité	$\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6} = \frac{125}{216}$	$3\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6} = \frac{75}{216}$	$3\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6} = \frac{15}{216}$	$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6} = \frac{1}{216}$

est une loi binomiale de paramètre 3, $\frac{1}{6}$.

Exercices : 7 p 327, 26, 28, 34 p 336

Définition : le nombre de chemins d'un schéma de Bernouilli d'ordre n menant à k succès (k nombre entier entre 0 et n) parmi n est noté $\binom{n}{k}$, k parmi n. Les nombres $\binom{n}{k}$ sont appelées les coefficients binomiaux.

Exemples :

$\binom{3}{0}$ est le nombre de chemins menant à 0 succès parmi 3 : c'est 1 ($\bar{S}, \bar{S}, \bar{S}$)

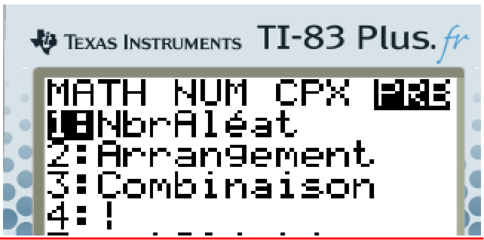
$\binom{3}{1}$ est le nombre de chemins menant à 1 succès parmi 3 : c'est 3 $(S,\bar{S},\ \bar{S})$ ou $(\bar{S},S,\bar{S})$ ou $(\bar{S},\ \bar{S},S)$

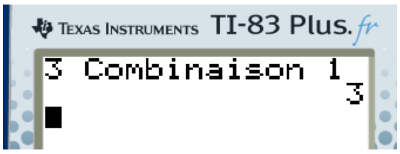
$\binom{3}{2}$ est le nombre de chemins menant à 2 succès parmi 3 : c'est 3 $(S,S,\bar{S})$ ou $(\bar{S},S,S)$ ou $(S,\bar{S},S)$

$\binom{3}{3}$ est le nombre de chemins menant à 3 succès parmi 3 : c'est 1 (S,S,S)

Remarque : on peut calculer les coeficients binomiaux à la calculatrice :

Exemple : $\binom{3}{1}$ se calcule en tapant





Propriété : si X suit une loi binomiale de paramètres n, p alors la loi de probabilité de X est :

X=	0	1	2	...	k	...	n
probabilité	$(1-p)^n$	$\binom{n}{1}p^1(1-p)^{n-1}$	$\binom{n}{2}p^2(1-p)^{n-2}$	...	$\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$	...	p^n

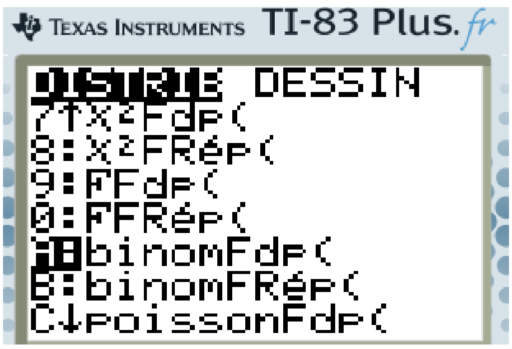
$$P(X=k)=\binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$$

Exemple : Dans un club de sport, Julien joue au basket. Il sait que lors d'un lancer sa probabilité de marquer un panier est égale à 0,6.

Julien lance le ballon dix fois de suite. Les lancers sont indépendants les uns des autres. Etablir la loi de probabilité du nombre de panier réussis par Julien.

Nombre de paniers	0	1	2	...	9	10
probabilité	$\binom{10}{0}0{,}6^0\times 0{,}4^{10}$	$\binom{10}{1}0{,}6^1\times 0{,}4^9$	$\binom{10}{2}0{,}6^2\times 0{,}4^8$	...	$\binom{10}{9}0{,}6^9\times 0{,}4^1$	$\binom{10}{10}0{,}6^{10}\times 0{,}4^0$

On peut obtenir cette loi à la calculatrice en tapant :



puis choisir binomFdp

puis entrer les paramètres : 10, 0.6

et la variable X