

DS - Sujet AInéquations et problèmes

Dans tout le devoir, le soin apporté à la justification des réponses et la qualité de la rédaction entreront pour une part importante de l'évaluation des copies.

Exercice 1 : (6 points)

Voici le tableau de signes d'une fonction P.

x	$-\infty$		-2		9		$+\infty$
P(x)		+		+	○		-

1) Quelle est la valeur de x pour laquelle on ne peut pas calculer P(x) ? Justifier.

1 ..... -2. Dble barre .....

2) Compléter par < ou > :

a) Lorsque  $x < 9$ , alors  $P(x) \dots > \dots 0$

b)  $P(-10) \dots > \dots P(10)$

3) Répondre aux affirmations suivantes par VRAI, FAUX, ON NE PEUT PAS SAVOIR (ONPPS). Justifier brièvement :

1 a)  $P(0) = 4 \dots \text{ONPPS} \dots$

1 b) L'inéquation  $P(x) \geq 0$  admet comme ensemble de solutions  $]-\infty; 9]$  ..NON... P(-2) n'existe pas

1 c) P est une fonction affine ...NON.....

1 d) Le point A (9 ; 0) appartient à la courbe représentative de la fonction P ..VRAI... P(9) = 0

Exercice 2 : (4 points) Une entreprise fabrique et vend un produit.

On note  $f(x)$  le coût de production, exprimé en milliers d'euros, de x tonnes de ce produit.

Pour  $0 \leq x \leq 10$ , les études ont montré que  $f(x) = x^3 - 11x^2 + 54x$ .

L'entreprise vend son produit 30 000 € la tonne. On note  $R(x)$  la recette exprimée en milliers d'euros et  $B(x)$  le bénéfice réalisé pour une vente de x tonnes de ce produit :  $B(x) = R(x) - f(x)$ .

1. Expliquer pourquoi  $R(x) = 30x$  et en déduire l'expression en fonction de x de  $B(x)$ . =  $-x^3 + 11x^2 - 24x$

2. On veut déterminer les quantités de produit pour lesquelles l'entreprise est bénéficiaire.

0,5 a) Développer  $(x-3)(x-8)$ .

0,5 b) En déduire que  $B(x) = -x(x-3)(x-8) = x^2 - 11x + 24$

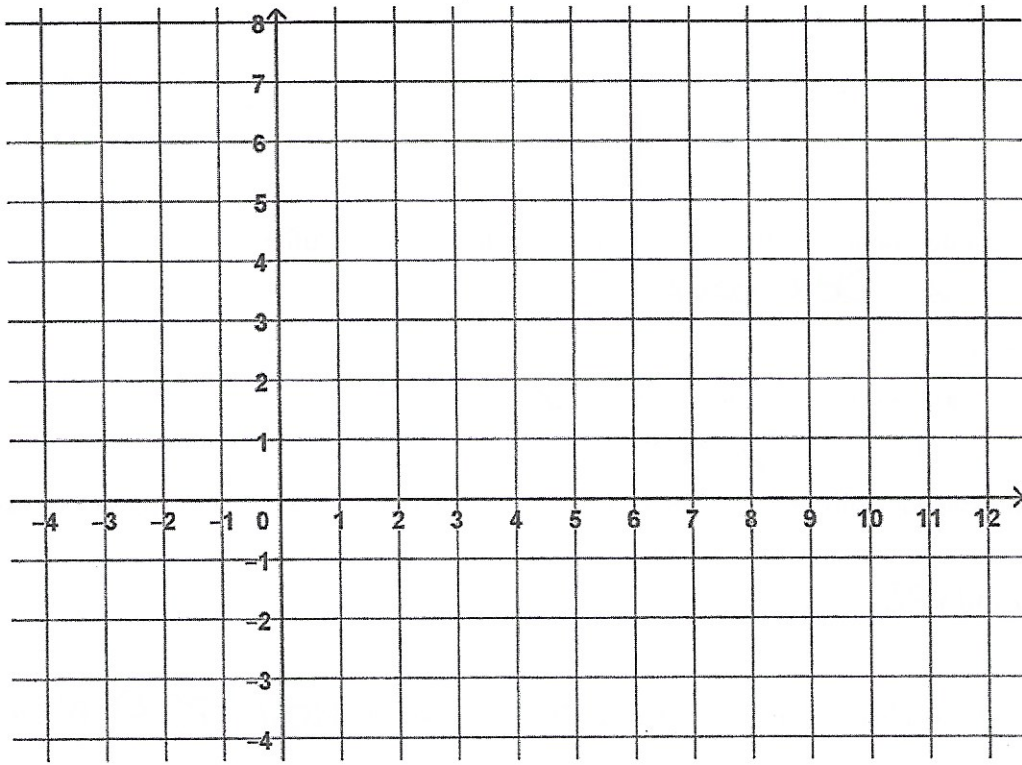
2 c) Résoudre alors algébriquement l'inéquation  $B(x) > 0$ . Conclure.  $S = ]3; 8[$

**Exercice 3 : (7 points) Résoudre les inéquations suivantes :**

3 1.  $(3 - 4x)(x + 2) < 0$   
 $] -\infty ; -2[ \cup ] \frac{3}{4} ; +\infty [$

4 2.  $(3x - 1)(x + 2) - (x + 2)(5x + 7) \geq 0$   
 $(x + 2)(-2x - 8) \geq 0$   
 $[-4 ; -2]$

**Exercice 4 : (3 points)**



On a représenté ci-dessus deux fonctions  $f$  (en pointillés) et  $g$  (en traits pleins) sur l'intervalle  $[-5 ; 8]$ . Résoudre graphiquement les inéquations suivantes (en approximant les valeurs si nécessaire) :

- a)  $f(x) \leq g(x) : \dots [-1,5 ; 2] \dots$   
 b)  $f(x) > 0 : \dots [-3,5 ; -1,5] \cup ] 2 ; 5 [ \dots$   
 c)  $g(x) \leq 1 : \dots [-3,5 ; 2,5] \cup ] 4 ; 7 [ \dots$

**Bonus :** Résoudre  $\frac{9-3x}{3x+12} \geq 0$

		-4		3	
$9-3x$	+		+	0	-
$3x+12$	-	0	+		+
$\mathbb{Q}$	-		+	0	-

$S = ] -4 ; 3 [$

**DS - Sujet B\***  
**Inéquations et problèmes**

Dans tout le devoir, le soin apporté à la justification des réponses et la qualité de la rédaction entreront pour une part importante de l'évaluation des copies.

**Exercice 1 : (6 points)** Voici le tableau de signes d'une fonction  $P$ .

$x$	$-\infty$	$-1$	$7$	$+\infty$
$P(x)$	-	○		+

1) Quelle est la valeur de  $x$  pour laquelle on ne peut pas calculer  $P(x)$  ? Justifier.

1 Pour  $x = 7$  car il y a une double barre

2) Compléter par  $<$  ou  $>$  :

- a) Lorsque  $x < -2$  alors  $P(x) \dots \dots 0$   
 1 b)  $P(-6) \dots \dots P(6)$  car  $P(-6) < 0$  et  $P(6) > 0$

3) Répondre aux affirmations suivantes par VRAI, FAUX, ON NE PEUT PAS SAVOIR (ONPPS). Justifier brièvement.

- 1 a)  $P(-3) = -9$  ... ONPPS : c'est possible car  $P(-3) < 0$  mais on n'en connaît pas la valeur -
- 1 b)  $P$  est une fonction affine ... FAUX : il n'y avait pas de double barre -
- 1 c) Le point  $A(0; -1)$  appartient à la courbe représentative de la fonction  $P$  ... FAUX :  $P(0)$  est positif donc on ne peut pas avoir  $P(0) = -1$ .
- 1 d) L'inéquation  $P(x) \geq 0$  admet comme ensemble de solutions  $[-1; 7[ \cup ]7; +\infty[$  ... FAUX : c'est pour  $x \in [-1; 7[ \cup ]7; +\infty[$  que  $P(x) \geq 0$

**Exercice 2 : (4 points)** Une entreprise fabrique et vend un produit.

On note  $f(x)$  le coût de production, exprimé en milliers d'euros, de  $x$  tonnes de ce produit.

Pour  $0 \leq x \leq 10$ , les études ont montré que  $f(x) = x^3 - 11x^2 + 54x$ .

L'entreprise vend son produit 30 000 € la tonne. On note  $R(x)$  la recette exprimée en milliers d'euros et

$B(x)$  le bénéfice réalisé pour une vente de  $x$  tonnes de ce produit :  $B(x) = R(x) - f(x)$ .

- 1 1. Expliquer pourquoi  $R(x) = 30x$  et en déduire l'expression en fonction de  $x$  de  $B(x)$ .  $-x^3 + 11x^2 - 24x$
2. On veut déterminer les quantités de produit pour lesquelles l'entreprise est bénéficiaire.
- 0,5 (a) Développer  $(x-3)(x-8)$ .  $= x^2 - 11x + 24$
- 0,5 (b) En déduire que  $B(x) = -x(x-3)(x-8)$ . On a  $B(x) = 30x - x^3 + 11x^2 - 54x$   
 $= -x^3 - 24x + 11x^2 = -x(x^2 - 11x + 24)$   
 $= -x(x-3)(x-8)$
- 2 (c) Résoudre alors algébriquement l'inéquation  $B(x) > 0$ . Conclure.  
 $S = ]3; 8[$



**Exercice 3 : (7 points) Résoudre les inéquations suivantes :**

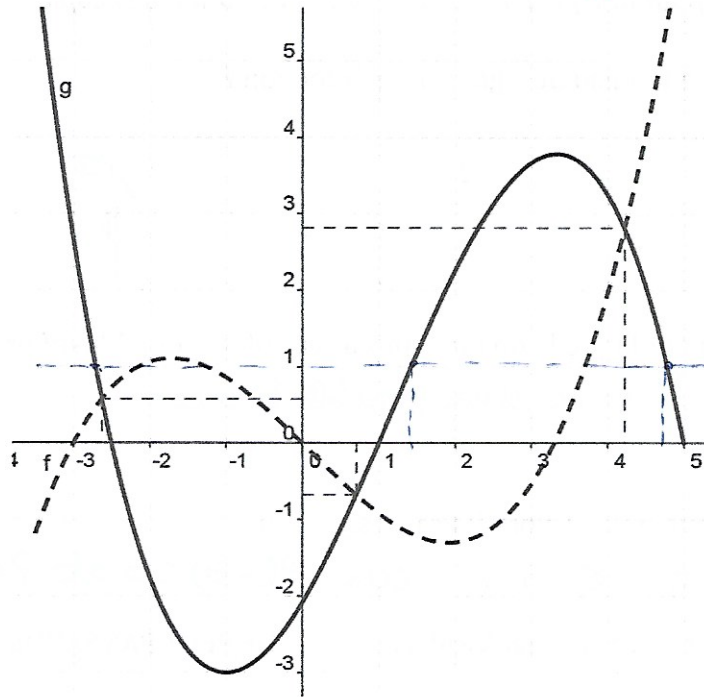
1.  $(2x - 1)(3 + 7x) \geq 0$

$3 // ]-\infty; -\frac{3}{7}] \cup [\frac{1}{2}; +\infty[$

$(3 - 4x)(5x - 1) < 0$

2.  $(3 - 4x)(x + 2) < (3 - 4x)^2$   
 $4 // ]-\infty; \frac{1}{5}[ \cup ]\frac{3}{4}; +\infty[$

**Exercice 4 : (3 points)**



On a représenté ci-dessus deux fonctions  $f$  (en pointillés) et  $g$  (en traits pleins) sur l'intervalle  $[-3, 5]$ .

Résoudre graphiquement les inéquations suivantes :

a)  $f(x) \leq g(x) : x \in [-3, 5] \cap [-2, 4] = [-3, -1] \cup [1, 5]$

b)  $f(x) > 0 : x \in ]-3; 0[ \cup ]3, 2; 5]$

c)  $g(x) \leq 1 : x \in [-2, 4] \cap [-3, 5] = [-2, 1] \cup [3, 5]$

$[-3; -1] \cup [1, 5]$   
 $[-3, 5; -2[ \cup ]0, 5; 2, 5[$   
 $[-2, 1] \cup [3, 5]$

**BONUS :** Résoudre  $\frac{10-3x}{2x+6} \geq 0$

E73 : 1)

	-3	$\frac{10}{3}$	
$10-3x$	+	+	-
$2x+6$	-	0	+
$\mathbb{Q}$	-	+	-

$S = ]-3; \frac{10}{3}]$

2)  $(3-4x)((x+2) - (3-4x)) < 0$   
 $(3-4x)(x+2-3+4x) < 0$   
 $(3-4x)(5x-1) < 0$